

**РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА
КООРДИНАТНЫХ СЕЛЕКТИВНЫХ ПРИЗНАКОВ
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СЕЛЕКЦИИ**

**CALCULATION OF THE PARAMETERS OF THE APRIORI DISTRIBUTION
OF THE VECTOR OF COORDINATE SELECTIVE FEATURES IN SOLVING
THE SELECTION PROBLEM**

Канд. техн. наук Р.Р. Казаков, А.В. Гаврилова, А.К. Ключкин

Ph.D. R.R. Kazakov, A.V. Gavrilova, A.K. Klyuchkin

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского

В различных задачах, связанных с принятием решений, достаточно часто возникает проблема выбора из множества наблюдаемых объектов некоторого целевого объекта, который по совокупности в общем случае неоднородных физических (селективных) признаков, характерных для всех объектов, является наиболее близким к заданному эталону.

В космическом пространстве для достижения заданной оперативности и достоверности выделения цели среди помех на непродолжительном этапе сближения, решение задачи селекции должно осуществляться специальными бортовыми средствами космического аппарата.

В статье рассмотрены основные системы координат, необходимые для решения задачи селекции, алгоритмы расчета, а также получены математические зависимости селективных признаков наблюдаемого космического объекта.

Ключевые слова: космический аппарат, наблюдаемый космический объект, система координат, линия визирования, селективные признаки, полиномиальные коэффициенты.

In various decision-making problems, quite often there is a problem of choosing from a set of observed objects a certain target object, which, in the aggregate, in the general case, of inhomogeneous physical (selective) features characteristic of all objects, is the closest to a given standard.

In outer space, in order to achieve the given efficiency and reliability of target identification among interference at a short approach stage, the selection problem must be solved by special onboard means of the spacecraft.

The article considers the main coordinate systems necessary for solving the selection problem, calculation algorithms, and also obtains mathematical dependences of the selective features of the observed space object.

Keywords: spacecraft, observed space object, coordinate system, line of sight, selective features, polynomial coefficients.

Введение

В современных условиях накладываемые ограничения на запуски космических аппаратов (КА) усложняют наращивание орбитальных группировок КА многим странам. Ограничения вызваны различными факторами: финансовыми, экологическими, политическими. Одним из важнейших аспектов, требующих точного учета, является селекция космических объектов и распознавание из множества частиц космического мусора действующие КА.

Для решения такой задачи необходимо учитывать неравноточность и взаимную корреляцию компонентов вектора баллистических селективных признаков наблюдаемого космического объекта (НКО), что требует разработку методик вычисления ковариационной матрицы априорного распределения селективных признаков НКО на борту КА.

Алгоритмы расчета селективных признаков наблюдаемого объекта

Алгоритмы расчета селективных признаков на основе результатов измерений координат точечного изображения объектов на сегодняшний день можно считать достаточно проработанными

ми [1–3]. Ограничимся лишь теми из них, которые обеспечивают максимальную относительную погрешность оцениваемых характеристик в пределах 5–7%. Анализ существующих систем селекции на основе баллистических признаков позволил выделить алгоритмы расчета углового положения и угловой скорости линии визирования объекта в инерциальном базисе, времени до встречи с НКО, дальности до НКО, движущегося по круговой орбите, и дальности на этапе коррекции движения центра масс КА.

Рассмотрим абсолютную геоцентрическую экваториальную систему координат (АГЭСК) $OXYZ$, начало которой находится в центре гравитационного поля Земли, ось OX направлена на точку весеннего равноденствия небесной сферы, ось OZ направлена вдоль оси вращения Земли в сторону северного полюса, а ось OY дополняет систему до правой. В качестве параметров, характеризующих угловое положение линии визирования НКО в АГЭСК, будем использовать угол α между осью OX и проекцией линии визирования на плоскость OXY , а также угол β между проекцией линии визирования на плоскость OXY и линией визирования НКО (рис. 1).

Для оценивания в момент селекции значений α и β , а также их производных по времени $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ представим законы изменения углов в виде рядов Тейлора:

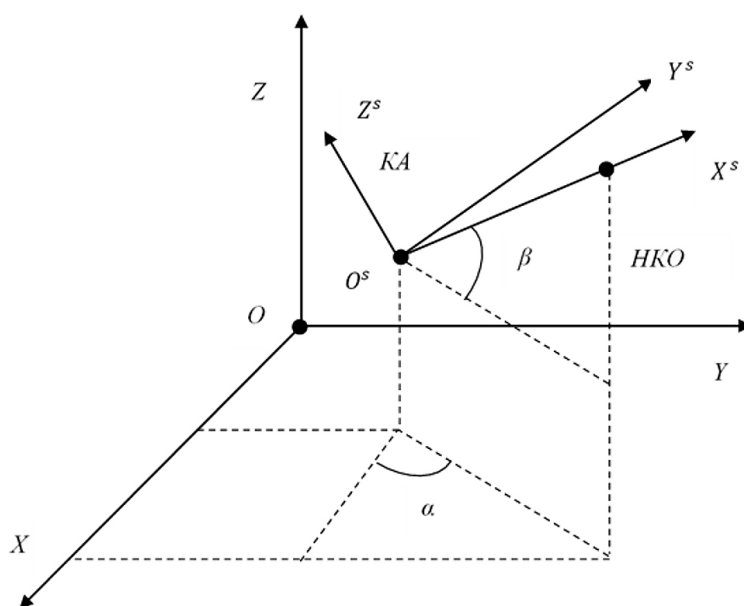


Рис. 1. Параметры, характеризующие угловое положение линии визирования НКО в АГЭСК

$$a(t) = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 t + \tilde{a}_2 \frac{t^2}{2} + \dots + \tilde{a}_s \frac{t^s}{s!} + \dots, \quad (1)$$

$$\beta(t) = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 t + \tilde{\beta}_2 \frac{t^2}{2} + \dots + \tilde{\beta}_s \frac{t^s}{s!} + \dots \quad (2)$$

При этом, если время наблюдения за НКО не превышает 1000–1200 с, для оценивания указанных параметров с максимальной относительной погрешностью, не превышающей 5–7 %, достаточно ограничиться полиномом 2-го порядка [4]. Для определения соответствующих коэффициентов на основе результатов n равнооточных изменений углового положения линии визирования в АГЭСК, производимых с дискретностью T_0 , воспользуемся соотношениями [4]:

$$\tilde{a}_0 = \sum_{i=1}^n \eta(i) \hat{a}_i, \quad \tilde{a}_1 = \sum_{i=1}^n \dot{\eta}(i) \hat{a}_i, \quad \tilde{a}_2 = \sum_{i=1}^n \ddot{\eta}(i) \hat{a}_i,$$

$$\tilde{\beta}_0 = \sum_{i=1}^n \eta(i) \hat{\beta}_i, \quad \tilde{\beta}_1 = \sum_{i=1}^n \dot{\eta}(i) \hat{\beta}_i, \quad \tilde{\beta}_2 = \sum_{i=1}^n \ddot{\eta}(i) \hat{\beta}_i,$$

где значения весовых коэффициентов вычисляются в соответствии с выражениями:

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}(i) &= \frac{60}{T_0^2 n(n^2-1)(n^2-4)} \times \\ &\times [(n+1)(n+2) - 6i(n+1) + 6i^2], \\ \dot{\eta}(i) &= \frac{60}{T_0 n(n^2-1)(n^2-4)} \times \\ &\times [(n+1)(n+2)(6n-7) - 2i(16n^2-19) + 30i^2(n-1)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta(i) &= \frac{3}{n(n+1)(n+2)} \times \\ &\times [(n+1)(n+2) - 2i(4n+3) + 10i^2]. \end{aligned}$$

Для расчета времени до встречи с НКО рассмотрим систему координат $O^s X^s Y^s Z^s$, начало которой находится в центре масс наблюдателя, ось $O^s X^s$ совпадает с линией визирования НКО в момент селекции, ось $O^s Y^s$ коллинеарна векторному произведению орта оси $O^s X^s$, и его проекции на плоскость $OXYZ$, ось $O^s Z^s$ дополняет систему до правой тройки векторов (рис. 2).

Будем считать, что в системе координат $O^s X^s Y^s Z^s$ НКО движется прямолинейно с постоянной скоростью:

$$\mathbf{v}^s = [\mathbf{v}_x^s \mathbf{v}_y^s \mathbf{v}_z^s]^T.$$

В этом случае будут справедливыми соотношения:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} a_i^s &= \frac{y_i^s}{x_i^s} = \frac{-\mathbf{v}_y^s t_i}{D - \mathbf{v}_x^s t_i}, \\ z_x^s &= -\mathbf{v}_z^s \operatorname{tg} \beta_i^s \sqrt{(x_i^s)^2 + (y_i^s)^2} = \\ &= \operatorname{tg} \beta_i^s \sqrt{(D - \mathbf{v}_x^s t_i)^2 + (\mathbf{v}_y^s t_i)^2} = \\ &= \operatorname{tg} \beta_i^s \sqrt{(D - \mathbf{v}_x^s t_i)^2 + \operatorname{tg}^2 a_i^s (D - \mathbf{v}_x^s t_i)^2} = \\ &= \operatorname{tg} \beta_i^s (D - \mathbf{v}_x^s t_i) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a_i^s} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} (D - \mathbf{v}_x^s t_i), \end{aligned} \quad (3)$$

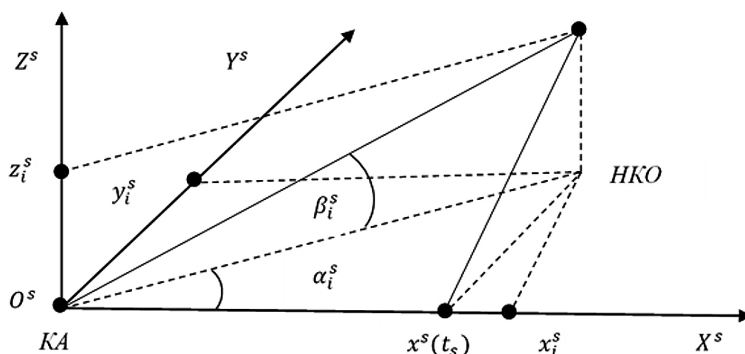


Рис. 2. Расчет времени до встречи с НКО

где под t_i понимается время между i -м угловым изменением и временем селекции;

D — дальность до НКО в момент селекции.

Разделив формулу (3) на v_x^s , получим:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} (t_c - t_i) + w^s t_i = 0,$$

$$\text{где } w^s = \frac{v_z^s}{v_x^s}; t_c = \frac{D}{v_x^s}.$$

Так как результаты отдельных угловых измерений имеют некоторую инструментальную погрешность, в интересах повышения точности расчета времени до встречи t_c при вычислении последнего будем использовать результаты n угловых измерений, для чего воспользуемся методом наименьших квадратов [5] и минимизируем функцию:

$$L = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} (t_c - t_i) + w^s t_i \right]^2.$$

Найдем частные производные :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial L}{\partial t_c} \text{ и } \frac{\partial L}{\partial w^s} \frac{\partial L}{\partial t_c} = \\ & = 2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} \left[\frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} (t_c - t_i) + w^s t_i \frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} \right] = \\ & = 2 \cdot t_c \sum_{i=1}^N \frac{\operatorname{tg}^2 \beta_i^s}{\cos^2 a_i^s} - 2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg}^2 \beta_i^s}{\cos^2 a_i^s} + w^s \cdot \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s}, \\ & \frac{\partial L}{\partial w^s} = 2 \cdot \sum_{i=1}^N t_i \left[\frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} (t_c - t_i) + w^s t_i \right] = \\ & = 2 \cdot t_c \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} - 2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{t_i^2 \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} + 2 \cdot w^s \sum_{i=1}^N t_i^2. \end{aligned}$$

Приравняв выражения к нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} t_c \sum_{i=1}^N \frac{\operatorname{tg}^2 \beta_i^s}{\cos^2 a_i^s} + w^s \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} = \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg}^2 \beta_i^s}{\cos^2 a_i^s}, \\ t_c \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} + w^s \sum_{i=1}^N t_i^2 = \sum_{i=1}^N \frac{t_i^2 \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s}, \end{cases}$$

имеющую решение [6]:

$$t_c = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}}, w^s = \frac{b_1 a_{21} - b_2 a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}},$$

где

$$a_{11} = \sum_{i=1}^N \frac{\operatorname{tg}^2 \beta_i^s}{\cos^2 a_i^s}; a_{12} = a_{21} \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s};$$

$$a_{22} = a_{21} \sum_{i=1}^N t_i^2; b_1 = \sum_{i=1}^N \frac{t_i \operatorname{tg}^2 \beta_i^s}{\cos^2 a_i^s}; b_2 = \sum_{i=1}^N \frac{t_i^2 \operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s}.$$

Выразим t_i и w^s через коэффициенты полиномиального разложения (1) и (2). Орт линии визирования НКО в АГЭСК в момент i -го измерения имеет координаты:

$$\begin{aligned} x &= \cos \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i), y = \sin \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i), \\ z &= \sin \tilde{\beta}(t_i). \end{aligned}$$

Матрица перехода из АГЭСК в систему координат $O^s X^s Y^s Z^s$ определяется по формулам:

$$\begin{aligned} x_i^s &= \cos \tilde{\alpha}_0 \cos \tilde{\beta}_0 \cos \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i) + \\ &+ \sin \tilde{\alpha}_0 \cos \tilde{\beta}_0 \sin \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i) + \sin \tilde{\beta}_0 \sin \tilde{\beta}(t_i), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_i^s &= -\sin \tilde{\alpha}_0 \cos \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i) + \\ &+ \cos \tilde{\alpha}_0 \sin \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_i^s &= -\cos \tilde{\alpha}_0 \sin \tilde{\beta}_0 \cos \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i) - \\ &- \sin \tilde{\alpha}_0 \sin \tilde{\beta}_0 \sin \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i) + \cos \tilde{\beta}_0 \cos \tilde{\beta}(t_i). \end{aligned}$$

Далее остается выразить отношение $\frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s}$

через координаты орта линии визирования в системе координат $O^s X^s Y^s Z^s$:

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tg} \beta_i^s}{\cos a_i^s} &= \frac{z_i^s}{\sqrt{(x_i^s)^2 + (y_i^s)^2}} \times \\ &\times \frac{\sqrt{(x_i^s)^2 + (y_i^s)^2}}{x_i^s} = \frac{z_i^s}{x_i^s} \end{aligned}$$

то есть

$$a_{11} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{z_i^s}{x_i^s} \right)^2; a_{12} = a_{21} \sum_{i=1}^N \left(t_i \frac{z_i^s}{x_i^s} \right);$$

$$a_{22} = \sum_{i=1}^N t_i^2; b_1 = \sum_{i=1}^N t_i \left(\frac{z_i^s}{x_i^s} \right)^2;$$

$$b_2 = \sum_{i=1}^N \left(t_i^2 \frac{z_i^s}{x_i^s} \right).$$

Дальность D_{kp} до НКО, движущегося по круговой орбите, вычисляется в результате численного решения следующего уравнения [1, 7]:

$$D_{kp}^2 \left[(\tilde{\alpha}_1)^2 + (\tilde{\beta}_1)^2 + (t_c)^{-2} \right] +$$

$$+ D_{kp} \left(\tilde{\alpha}_1 v_y^{ns} - \tilde{\beta}_1 v_y^{ns} - \frac{v_x^{ns}}{t_c} \right) + 2(v^n)^2 -$$

$$- \frac{\mu}{\sqrt{(r^n)^2 + D_{kp}^2 - 2r^n D_{kp} \cos \varphi}} = 0,$$

где r^n — радиус-вектор КА в АГЭСК;

v^n — модуль вектора скорости КА в АГЭСК;

$v_x^{ns}, v_y^{ns}, v_z^{ns}$ — проекции вектора скорости НКО в АГЭСК на оси $O^s X^s Y^s Z^s$ в момент селекции;

φ — угол между радиус-вектором КА в АГЭСК и линией визирования НКО в момент селекции;

$$\cos \varphi =$$

$$= - \frac{x^n \cos \tilde{\alpha}_0 \cos \tilde{\beta}_0 + y^n \sin \tilde{\alpha}(t_i) \cos \tilde{\beta}(t_i) + \sin \tilde{\beta}_0}{\sqrt{(x^n)^2 + (y^n)^2 + (z^n)^2}}.$$

При наведении на НКО КА может осуществлять одну или несколько коррекций движения своего центра масс, что позволяет использовать измерительную базу, создаваемую при маневрировании КА для оценивания дальности до НКО [8]. Предположим, что на некоторый момент времени t_1 получены оценки $\tilde{\alpha}_0^*, \tilde{\alpha}_1^*, \tilde{\alpha}_2^*, \tilde{\beta}_0^*, \tilde{\beta}_1^*, \tilde{\beta}_2^*$ полиномиальных коэффициентов зависимостей углового положения линии визирования наблюдаемого объекта от времени. В момент времени t_M осуществляется коррекция движения центра масс КА с известным импульсом:

$$\mathbf{u} = [u_x u_y u_z]^T.$$

В момент времени t_2 вновь производится оценивание параметров $\tilde{\alpha}_0$ и $\tilde{\beta}_0$, характеризую-

щих угловое положение линии визирования объекта в инерциальном базисе.

Дальность до НКО в момент t_2 находится из выражения [2]:

$$\mathbf{u} = [u_x u_y u_z]^T D_M =$$

$$= \frac{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} (t_2 - t_M) \sin(y)}{\sin(x + y)},$$

где

$$y = \arccos \frac{\cos(\tilde{\alpha}^n) \cos(\tilde{\beta}^n) u_x + \sin(\tilde{\alpha}^n) \cos(\tilde{\beta}^n) u_y + \sin(\tilde{\beta}^n) u_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}},$$

$$\tilde{\alpha}^n = \tilde{\alpha}_0^* + \tilde{\alpha}_1^* (t_2 - t_1) + \tilde{\alpha}_2^* \frac{(t_2 - t_1)^2}{2},$$

$$\tilde{\beta}^n = \tilde{\beta}_0^* + \tilde{\beta}_1^* (t_2 - t_1) + \tilde{\beta}_2^* \frac{(t_2 - t_1)^2}{2}.$$

Заключение

Таким образом, в результате проведенных исследований получены следующие селективные признаки НКО:

– коэффициенты полиномиального разложения $\tilde{\alpha}_0, \tilde{\beta}_0, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1$ характеризующие угловое положение и угловую скорость линии визирования НКО в АГЭСК;

– время до встречи t_c с НКО;

– w^s – отношение проекций относительной скорости НКО в системе координат $O^s X^s Y^s Z^s$;

– оценка дальности D_{kp} до НКО, движущейся по круговой орбите,

– оценка дальности D_M до НКО с использованием измерительной базы, создаваемой за счет коррекции движения центра масс КА.

Литература

1. Саврасов О.А., Близнюк А.В., Толстиков А.С. Алгоритм определения дальности до подвижного объекта угломерным ОЭС движущегося наблюдателя // Сборник алгоритмов и программ типовых задач. Выпуск 13. — СПб.: МО РФ, 1995. С. 88–92.

2. Саврасов О.А., Близнюк А.В., Толстиков А.С. Имитационная модель процесса

определения расстояния до движущегося объекта угломерным ОЭС подвижного наблюдателя // Сборник алгоритмов и программ типовых задач. Выпуск 13. — СПб.: МО РФ, 1995. С. 93–98.

3. Гофман В.Э., Ракчеев Д.П., Толстиков А.С. Оценка вероятности многомерного распознавания изображений // Изв. вузов. Приборостроение. 1991. № 3. С. 68–75.

4. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. — М.: Сов. Радио, 1974. 432 с.

5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — М., 1975. 432 с.

6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука, 1986. 544 с.

7. Арсеньев В.Н., Белихин Е.Н., Трофимов И.А. Определение параметров движения космического аппарата по результатам их измерений бортовыми и наземными измерительными средствами // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2019. Вып. 668. С. 81–89.

8. Арсеньев В.Н., Ключкин А.К., Ядренкин А.А. Метод выбора целевого объекта по ограниченному числу измерений физически неоднородных признаков // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64. № 10. С. 799–805.

References

1. Savrasov O.A., Bliznyuk A.V., Tolstikov A.S. Algorithm for determining the distance to a moving object by the angle-measuring OES of a moving

observer // Collection of algorithms and programs of typical tasks. Issue 13. — St. Petersburg: MO RF, 1995. Pp. 88–92.

2. Savrasov O.A., Bliznyuk A.V., Tolstikov A.S. Simulation model of the process of determining the distance to a moving object by goniometric OES of a moving observer // Collection of algorithms and programs of typical tasks. Issue 13. — St. Petersburg: MO RF, 1995. Pp. 93–98.

3. Gofman V.E., Rakcheev D.P., Tolstikov A.S. Estimating the probability of multidimensional image recognition // Izv. universities. Instrumentation. 1991. No. 3. Pp. 68–75.

4. Kuzmin S.Z. Skeletons of the theory of digital processing of radar information. — М.: Sov. Radio, 1974. 432 p.

5. Kurosh A.G., Higher Algebra Course. — М., 1975. 432 p.

6. Bronstein I.N., Semendyaev K.A. Handbook of mathematics for engineers for engineers and university students. — М.: Nauka, 1986. 544 p.

7. Arseniev V.N., Belikhin E.N., Trofimov I.A. Determination of the motion parameters of a spacecraft based on the results of their measurements by onboard and ground-based measuring instruments // Proceedings of the Military Space Academy named after A.F. Mozhaisky. 2019. Issue 668. Pp. 81–89.

8. Arseniev V.N., Klyuchkin A.K., Yadrrenkin A.A. Method for target object selecting based on a limited number of measurements of physically dissimilar features. Journal of Instrument Engineering. 2021. Vol. 64. № 10. Pp. 799–805.